

# **Программа**

вступительного экзамена в магистратуру ММФ НГУ на направление «Нефтяной инжиниринг и математическое моделирование»

## *1. Математический анализ*

Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции, их свойства. Производная и дифференциал. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций. Формула Тейлора. Неопределенный и определенный интегралы и их свойства.

Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса. Несобственные интегралы.

## *2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия*

Теорема о ранге для матриц. Критерий совместности системы линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений. Связь между множеством решений совместной неоднородной системы и пространством решений соответствующей однородной системы. Собственные значения, собственные и присоединенные векторы матриц. Жорданова форма матриц.

Аффинная и прямоугольная системы координат на плоскости и в пространстве. Полярные и сферические координаты. Линейные преобразования координат. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Канонические формы кривых второго порядка на плоскости и поверхностей второго порядка в трехмерном пространстве.

## *3. Обыкновенные дифференциальные уравнения*

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Зависимость решения от начальных условий и параметров.

Линейные дифференциальные уравнения и системы уравнений. Определитель Вронского. Построение общего решения в случае линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами. Краевые задачи. Собственные числа и функции.

Устойчивость решения по первому приближению. Теорема Ляпунова об устойчивости. Особые точки автономной системы ОДУ первого порядка.

## *4. Уравнения математической физики*

Решение линейного уравнения первого порядка методом характеристик. Классификация линейных уравнений в частных производных. Понятие корректности краевых задач для уравнений в частных производных.

Эллиптические и параболические уравнения в ограниченных областях. Постановки краевых задач. Принцип максимума. Разделение переменных, метод Фурье.

Гиперболические уравнения. Характеристики. Постановка начально-краевых задач. Метод характеристик.

## *5. Комплексный и функциональный анализ*

Функция комплексного переменного и ее дифференцируемость. Свойства голоморфных функций: интегрирование, теорема Коши, ряды Тейлора и Лорана, изолированные особые точки, вычеты. Принцип максимума модуля.

Метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения. Нормированные и гильбертовы пространства. Теорема Рисса-Фишера.

Линейные функционалы и операторы в нормированных пространствах. Обобщенные функции и их свойства. Дифференцирование, свертка обобщенных функций. Пространства функций  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $H_1$ . Ортогональные системы функций. Ряды и интегралы Фурье.

## *6. Гидродинамика и газовая динамика*

Интегральные законы сохранения массы, импульса и энергии для жидкого и фиксированного объема. Эйлеровы и лагранжевы координаты. Вывод дифференциальных уравнений из интегральных законов сохранения.

Уравнения Навье – Стокса. Уравнения Эйлера. Начальные и граничные условия. Интеграл Бернулли. Гидродинамическое подобие, число Рейнольдса.

Простейшие течения вязкой жидкости. Течение Пуазейля. Течение Куэтта. Течение Куэтта между вращающимися цилиндрами. Течение жидкости по наклонной плоскости.

Уравнения газовой динамики. Обобщенные движения газа, уравнения сильного разрыва. Классификация разрывов. Основные свойства ударных волн.

Характеристическая форма системы уравнений одномерного движения газа. Инварианты Римана. Простые волны. Задача о распаде разрыва.

## *7. Теория упругости и пластичности*

Тензоры напряжений и деформаций. Линеаризация деформаций. Закон Гука для однородного изотропного упругого тела. Уравнения Ламе. Постановки краевых задач.

Малые колебания упругих тел. Продольные и поперечные волны, скорости их распространения.

Пластическая деформация твердого тела. Условия пластичности. Теория идеальной пластичности. Уравнения теории пластичности Мизеса. Постановка граничных задач.

## *8. Численные методы*

Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности матрицы.

Интерполирование и приближение функций. Численное дифференцирование и интегрирование. Точность этих операций. Формулы трапеций и парабол. Итерационные методы решения нелинейных уравнений.

Методы численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод прогонки. Основные понятия теории разностных схем. Аппроксимация, устойчивость, сходимость (на примере краевой задачи для ОДУ второго порядка). Устойчивость и сходимость. Явные и неявные разностные схемы.

## *9. Программирование (язык C/C++)*

Структура программы на C/C++. Заголовочные файлы и подключение библиотек.

Типы данных, переменные, константы, массивы, структуры, строки и операции с ними, перечисления. Арифметические, логические и побитовые операции, порядок выполнения. Указатели и работа с памятью. Условные операторы. Циклы for, while, do while. Операторы break и continue. Функции. Перегрузка функций. Рекурсия. Определение функции во внешнем файле.

Экранный ввод/вывод. Работа с файлами: основные операции. Бинарные и текстовые файлы.

Примеры заданий на программную реализацию: арифметические операции с матрицами и векторами, вычисление факториала от заданного числа, вычисление синуса с заданной точностью, вычисление кусочно-линейной интерполяции в указанной точке для функции, заданной таблицей значений в точках, решение нелинейного алгебраического уравнения с заданной точностью, сохранение матрицы в файл, чтение матрицы из файла.

### *Список литературы*

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1-3. С-Пб: Лань. 2008
2. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.:МГУ, изд.7, 2009.
3. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. С-Пб: Лань, 2008 г.
4. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. С-Пб: Лань, 2004 г.
5. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия. НИЦ РХД, 2005 г.
6. Годунов С.К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979
7. Кибель И.А., Кочин В.Е., Розе Н.В.. Теоретическая гидродинамика. Т.1, 2. М. ФИЗМАТЛИТ. 1963.
8. Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики.М.-Ижевск. ИКИ. 2003
9. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988.
10. Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2101.
11. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971.
12. Керниган Б. У., Ритчи Д. М. Язык программирования С. Второе издание
13. Прата С. Язык программирования С++. Лекции и упражнения. М.: Вильямс, 2012.